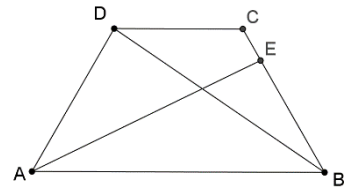




Zestaw 5

GIMNAZJUM

1. Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD , w którym kąty BAD i ABC mają po 60° oraz $CD < BC$. Na boku BC tego trapezu wybrano taki punkt E , że $EB = CD$. Wykaż, że odcinki BD i AE są równej długości.



2. Uzasadnij, że liczba $\frac{6+6^2+6^3+\dots+6^{2016}}{7}$ jest liczbą całkowitą.

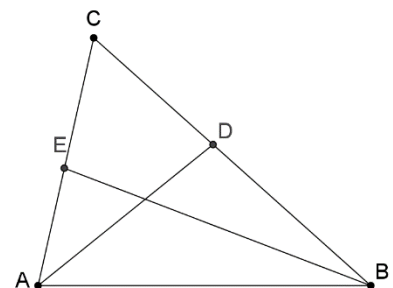
3. Udowodnij, że dla dowolnej liczby naturalnej n co najmniej jedna z liczb: $n^3 - n$; $n^3 + n$ jest podzielna przez 10. Kiedy obie te liczby są jednocześnie podzielne przez 10?

LICEUM

1. Wykaż, że w trójkącie o bokach a, b, c i wysokościach odpowiednio h_a, h_b, h_c zachodzi równość

$$(a + b + c) \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = (h_a + h_b + h_c) \cdot \left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} \right)$$

2. Dwie przeciętnie kątów BAC i ABC trójkąta ABC przecinają przeciwległe boki tego trójkąta odpowiednio w punktach D i E . Wiedząc, że $AE + BD = AB$, wyznacz miarę kąta ACB .



3. Cyfry rozwinięcia dziesiętnego liczb 2^{2016} i 5^{2016} wypisano kolejno jedna za drugą. Oblicz, ile zapisano cyfr.