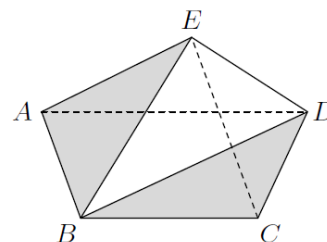




Zestaw 8

GIMNAZJUM

1. Żabka skacze wzdłuż prostej. Pierwszy skok ma długość 1 cm, drugi 3 cm (w tę samą lub w przeciwną stronę), następny 5 cm itd. Czy może się zdarzyć, że po 99 skokach żabka znajdzie się w punkcie wyjścia?
2. W zawodach w ping-ponga wzięło udział 50 zawodników. Każdy zagrał z każdym. Czy możliwe jest, aby każdy z uczestników wygrał tę samą liczbę meczów?
3. Dany jest pięciokąt wypukły $ABCDE$, w którym przekątna AD jest równoległa do boku BC , a przekątna CE jest równoległa do boku AB . Wykaż, że pola trójkątów ABE i BCD są równe.



LICEUM

1. Na szachownicy 8×8 na kwadracie 3×3 w jednym z naroży umieszczono 9 pionków. W jednym ruchu wybrany pionek może przemieścić się w symetrii środkowej względem dowolnego innego pionka (pod warunkiem, że docelowe pole istnieje i jest wolne). Czy można wykonać skończoną liczbę ruchów tak, by pionki ustawiły się w kwadrat 3×3 w innym niż początkowe narożu szachownicy?
2. Każdy uczestnik przyjęcia ma wśród pozostałych uczestników dokładnie 3 znajomych. Czy jest możliwe, by w tym przyjęciu uczestniczyło 99 osób?
3. Punkty E i F leżą na bokach BC i DA równoległoboku $ABCD$, przy czym $BE=DF$. Punkt K leży na boku CD . Prosta EF przecina odcinki AK i BK odpowiednio w punktach P i Q . Wykaż, że suma pól trójkątów APF i BQE jest równa polu trójkąta KPQ .

