



## Zestaw 15

---

### GIMNAZJUM

1. W czworokącie wypukłym ABCD przekątne AC i BD są równej długości. Punkty M i N są odpowiednio środkami boków AD i BC. Wykaż, że prosta MN tworzy równe kąty z przekątnymi AC i BD.
2. Punkt M jest środkiem boku AB trójkąta ABC. Na bokach AC i BC trójkąta ABC zbudowano, po jego zewnętrznej stronie, takie trójkąty prostokątne ACK i BCL, że  $\sphericalangle AKC = \sphericalangle BLC = 90^\circ$  oraz  $\sphericalangle CAK = \sphericalangle CBL$ . Wykaż, że  $MK = ML$ .
3. Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej  $n$  zachodzi równość:
$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

*Wskazówka do zadań 1 i 2: przeczytajcie ostatni numer Kwadratu.*

### LICEUM

1. Wyznacz wszystkie pary  $(a, b)$  dodatnich liczb całkowitych, dla których  $a^2b = (a - b)^4$ .
2. W sześciokącie wypukłym ABCDEF zachodzą równości  $\sphericalangle BCD = \sphericalangle EFA = 90^\circ$ . Udowodnij, że obwód czworokąta ABDE jest nie mniejszy od  $2 \cdot CF$ .
3. Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej  $n$  liczba  $4^n + 15n - 1$  jest podzielna przez 9.

*Wskazówka do zadań 1 i 2: przeczytajcie ostatni numer Kwadratu.*