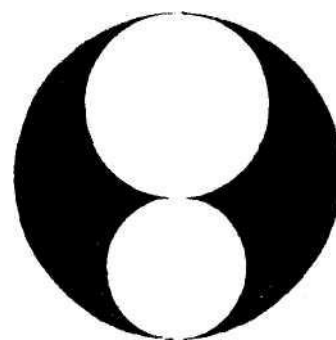




Zestaw 16

GIMNAZJUM

1. Czy można pokryć szachownicę o wymiarach 13×13 klockami 1×4 w taki sposób, że tylko środkowe pole nie jest zakryte?
2. Na rysunku są trzy koła wzajemnie styczne, których środki są współliniowe. Udowodnij, że suma pól dwóch mniejszych kół jest równa polu zacienionej części największego koła tylko wtedy, gdy mniejsze koła mają jednakowe promienie.



3. Oblicz sumę:

$$(2^{-2017} + 1)^{-1} + (2^{-2016} + 1)^{-1} + \dots + (2^{-1} + 1)^{-1} + (2^0 + 1)^{-1} + (2^1 + 1)^{-1} + \dots + (2^{2016} + 1)^{-1} + (2^{2017} + 1)^{-1}$$

LICEUM

1. Mamy 20 kart z liczbą 6, która staje się liczbą 9, gdy obrócimy kartę. Karty, obrócone w sposób losowy (na niektórych widzimy 6, na pozostałych 9) układamy w stos. Następnie bierzemy grupę kart, na której wierzchu jest karta z 9 i obracamy wszystkie karty. Jak ustawić karty, żeby powyższą operację można było powtarzać w nieskończoność?
2. Udowodnij, że żaden element zbioru $A = \{12n + 2, n \in N\}$ nie jest kwadratem liczby całkowitej.
3. Wykaż, że $(2n+2)$ -cyfrowa liczba $\underbrace{11 \dots 1}_n \underbrace{22 \dots 2}_{n+1} 5$ jest, dla dowolnego n , kwadratem liczby naturalnej.