



Zestaw 17

GIMNAZJUM

1. W trójkąt ostrokątny ABC wpisano kwadrat tak, że dwa jego wierzchołki należą do boku AB , a dwa pozostałe do pozostałych boków trójkąta. Udowodnij, że pole tego kwadratu nie przekracza połowy pola trójkąta ABC .
2. W klasie jest 20 uczniów, wpisanych do dziennika lekcyjnego pod numerami od 1 do 20. Ustaw uczniów w pary tak, by suma numerów uczniów każdej pary była podzielna przez 6.
3. a) Dana jest szachownica o wymiarach 20×20 . Ile kwadratów tworzą pola tej szachownicy?
b) Dana jest szachownica o wymiarach $n \times n$. Ile kwadratów tworzą pola tej szachownicy?

LICEUM

1. Punkty A i B leżą po różnych stronach prostej k . Jak skonstruować taki okrąg, przechodzący przez punkty A i B , aby długość jego cięciwy CD wyznaczonej przez prostą k była minimalna?
2. Udowodnij, że jeżeli daną liczbę można przedstawić w postaci sumy kwadratów trzech liczb naturalnych, to jej trzykrotność można zapisać jako sumę kwadratów czterech liczb naturalnych.
3. Liczba naturalna a ma $2n$ cyfr, z których pierwsze n cyfr to same czwórki, a pozostałe cyfry to ósemki. Udowodnij, że $\sqrt{a + 1}$ jest liczbą naturalną dla każdego n .