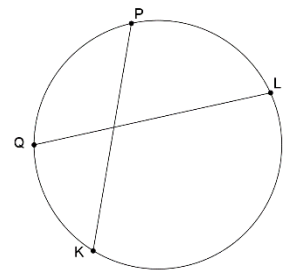




Zestaw 19

GIMNAZJUM

1. W grupie siedmiu chłopców każdy ma co najmniej trzech braci. Udowodnij, że jest to grupa siedmiu braci.
2. Na brzegu jeziora w kształcie koła znajdują się cztery przystanie: K, L, P, Q. Z przystani K wypływa kajak kierując się do przystani Q, a z przystani L w tym samym momencie wypływa łódka kierując się do przystani P. Wiadomo, że gdyby zachowując swe prędkości kajak popłynął w kierunku przystani P, a łódka w kierunku przystani Q, to doszłoby do zderzenia. Udowodnij, że kajak i łódka dobiegą do celu w tym samym czasie.
3. Znajdź wszystkie trójki liczb pierwszych spełniających równanie:
$$a \cdot b \cdot c = 5(a + b + c)$$



LICEUM

1. Jak czworokąt wypukły ABCD podzielić na dwie części o równych polach prostą przechodzącą przez wierzchołek A?
2. Wyznacz taką największą liczbę naturalną k , aby dla każdej liczby naturalnej nieparzystej n liczba $n^6 - n^4 - n^2 + 1$ była podzielna przez 2^k
3. Wykaż, że w każdym równoległoboku suma kwadratów długości przekątnych równa jest sumie kwadratów długości wszystkich jego boków.