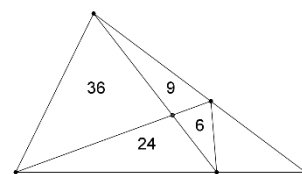




Zestaw 21

GIMNAZJUM

1. Danych jest w przestrzeni n punktów, z których żadne cztery nie leżą w jednej płaszczyźnie. Każdy z nich łączymy ze wszystkimi pozostałymi używając odcinków w dwóch kolorach. Jaka jest minimalna liczba n , taka że nie można przy tym uniknąć utworzenia się trójkąta o wszystkich bokach jednakowego koloru?
2. Na rysunku tej figury podano powierzchnię czterech trójkątów. Ile wynosi powierzchnia piątego trójkąta?
3. Wiedząc, że $x > 0$ i $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ oblicz $x^5 + \frac{1}{x^5}$



LICEUM

1. Stefania i Tomasz stoją na średnicy okrągłego placu i dzielą tę średnicę na trzy równe części. Po obrzeżu tego placu biega pies przytrzymywany na dwóch elastycznych smyczach. W pewnym momencie pies znajduje się w punkcie C oraz odległość CS wynosi 7 m, a odległość CT wynosi 9 m. Jaka jest odległość między Stefanią i Tomaszem?
2. Funkcja f , określona na zbiorze wszystkich dodatnich liczb rzeczywistych i przyjmująca wartości rzeczywiste, spełnia dla każdego $x > 0$ warunek $2f(x) + 3f\left(\frac{2017}{x}\right) = 5x$. Oblicz $f(3)$.
3. Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości odpowiednio a i b . Na pierwszej z tych przyprostokątnych wybrano punkt P , a na drugiej punkt Q . Niech K i H będą rzutami prostokątnymi odpowiednio punktów P i Q na przeciwprostokątną. Jaka jest najmniejsza możliwa wartość sumy $|KP| + |PQ| + |QH|$? Odpowiedź uzasadnij.