



Zestaw 22

GIMNAZJUM

1. Odkurzacz-robot ma odkurzyć kwadratowy dywan o boku 20 m. Dywan podzielono na 400 kwadratów o boku 1 m, które odkurzacz czyści jeden po drugim, zgodnie z następującymi zasadami:

- jeśli pewien kwadrat został odkurzony, odkurzacz nie może ponownie wjechać na ten kwadrat
- odkurzacz jedzie cały czas w tym samym kierunku dopóki nie jest zmuszony, by zmienić kierunek, gdy natrafi na krawędź dywanu lub już odkurzony kwadrat
- gdy musi zmienić kierunek i ma do wyboru dwie opcje, może wybrać tę, którą chce.

Na początku odkurzacz jest umieszczony w jednym z kwadratów i może wybrać dowolny kierunek. Dla ilu kwadratów startowych będzie mógł wyczyścić cały dywan?

2. Wyznacz najmniejszą nieujemną liczbę całkowitą n taką, że $n - 2 \cdot Q(n) = 2017$, gdzie $Q(n)$ oznacza sumę cyfr liczby n .

3. Dzień nazwiemy *szczęśliwym*, jeżeli jego zapis w formacie $DD.MM.RRRR$ zawiera osiem parami różnych cyfr, gdzie DD oznacza dzień, MM miesiąc, a $RRRR$ — rok oraz dla dni i miesięcy o numerach mniejszych od 10 za pierwszą cyfrę przyjmujemy zero. Przykładowo 26.04.1785 był dniem szczęśliwym. Kiedy nadejdzie najbliższy (licząc od dzisiaj) szczęśliwy dzień?

LICEUM

1. Punkty A, B, C, D, E, F leżą w tej kolejności, zgodnie z ruchem wskazówek zegara, na okręgu w taki sposób, że AD jest średnicą tego okręgu. Prosta BF przecina proste AD i CD odpowiednio w punktach G i H, przy czym $\angle FEH = 54^\circ$, $\angle DEC = 31^\circ$, oraz $\angle DGB = 128^\circ$. Znajdź $\angle CEB$.

2. Osiem osób — cztery kobiety i ich mężowie — wzięło udział w N imprezach. Wiemy, że żadna para małżonków nie wzięła udziału w tej samej imprezie, a każda para nie-małżonków (włączając pary tej samej płci) wzięła razem udział w dokładnie jednej imprezie. Ponadto jedna z osób była tylko na dwóch imprezach. Jaka jest najmniejsza wartość N, dla której taka sytuacja jest możliwa?

3. Trójkąt ABC, w którym $AB=AC=5\text{m}$ oraz $BC=6\text{m}$, jest częściowo wypełniony wodą. Gdy trójkąt leży na boku BC, poziom powierzchni wody znajduje się 3m ponad bokiem. Na jakiej wysokości w metrach znajduje się powierzchnia wody, gdy trójkąt leży na boku AB?

