

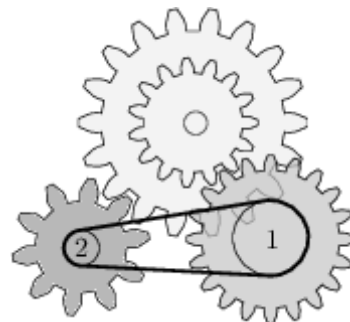


Zestaw 23

GIMNAZJUM

1. Koło numer 1 ma średnicę 72 mm. Jaką średnicę powinno mieć koło numer 2, aby cały mechanizm działał poprawnie?

2. Szkoła zakupiła pewną ilość ołówków i postanowiono rozdać je uczniom klas pierwszych. W szkole są trzy klasy pierwsze: Ia, Ib i Ic. Wiadomo, że gdyby ołówki zostały rozdane po równo wszystkim uczniom, każdy otrzymałby po 16 ołówków. Gdyby zostały rozdane po równo uczniom klasy Ia, każdy uczeń tej klasy dostałby po 48 ołówków. Jeśli zostałyby rozdane tylko uczniom klasy Ib, każdy z nich otrzymałby po 40 ołówków. Po ile ołówków dostałby każdy uczeń klasy Ic, gdyby postanowiono je rozdać uczniom tylko tej klasy?



3. Dany jest równoległobok ABCD. Na bokach AB i AD leżą odpowiednio takie punkty X i Y różne od A, że $AD = DX$ oraz $AB = BY$. Udowodnij, że $CX = CY$.

LICEUM

1. Znajdź wszystkie liczby pierwsze p o tej własności, że liczba $19p + 1$ jest sześcianem pewnej liczby całkowitej.

2. Niech x będzie liczbą rzeczywistą spełniającą równanie $x^3 + 4x = 8$. Znajdź wartość wyrażenia $x^7 + 64x^2$.

3. Dwa kwadraty mają wspólny środek, a wierzchołki mniejszego z nich należą do boków większego. Jeżeli wytniemy z większego kwadratu mniejszy, pozostaną cztery przystające trójkąty, z których każdy ma pole równe $1/12$ pola większego kwadratu. Jaką miarę ma najmniejszy z kątów wewnętrznych w każdym z otrzymanych czterech trójkątów?

