



## Zestaw 9

---

### GIMNAZJUM

1. Spośród liczb 1, 2, ..., 9 wybrano 6. Udowodnij, że z tych sześciu liczb można wybrać dwie, których suma jest równa 10.
2. Wyznacz wszystkie trójki liczb pierwszych  $a, b, c$ , dla których  $a^2 = b^2 + c$
3. W czworokącie  $ABCD$  punkt  $E$  jest punktem przecięcia przekątnych. Udowodnij, że jeżeli pola trójkątów  $AED$  i  $BEC$  są równe, to czworokąt  $ABCD$  jest trapezem.

### LICEUM

1. Niech  $a$  i  $b$  będą dwiema liczbami rzeczywistymi, przy czym  $a > b$ . Udowodnij, że
$$a^3 - b^3 \geq ab^2 - a^2b$$
2. Dla jakich  $m$  równanie
$$\log_3(x - m) + \log_3 x = \log_3(3x - 4)$$
ma dokładnie jedno rozwiązanie w zbiorze liczb rzeczywistych?
3. Prosta  $2x + y - 13 = 0$  zawiera bok  $AB$  trójkąta  $ABC$ , prosta  $x - y - 5 = 0$  zawiera bok  $BC$ , a prosta  $3x - y - 7 = 0$  zawiera dwusieczną kąta  $ACB$ . Znajdź wierzchołki tego trójkąta i oblicz jego pole.

*Rozwiązania należy oddać do piątku 13 listopada do godziny 10.35 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub swojemu nauczycielowi matematyki lub przesłać na adres [jarekszc@interia.pl](mailto:jarekszc@interia.pl) do piątku 13 listopada do północy.*

