Zestaw 12

GIMNAZJUM

1. Oblicz obwód i pole trapezu prostokątnego opisanego na okręgu wiedząc, że ramię, przy którym nie ma kąta prostego jest styczne do okręgu wpisanego w punkcie, który to ramię dzieli na odcinki długości 4 i 9.

2. Dany jest trapez $ABCD$, $AB \parallel CD$, opisany na okręgu o środku w punkcie O. Udowodnij, że kąty BOC i AOD są proste.

3. Dany jest trapez opisany na okręgu o promieniu r. Jedno z ramion trapezu jest styczne do okręgu wpisanego w punkcie, który podzielił to ramię na odcinki długości a i b. Udowodnij, że $r = \sqrt{ab}$.

LICEUM

1. Rozstrzygnij, czy istnieje taka liczba rzeczywista x, dla której liczby $x^2 + \sqrt{5}$ i $x^4 + \sqrt{5}$ są wymierne.

2. Punkty E i F leżą odpowiednio na bokach CD i DA kwadratu $ABCD$, przy czym $DE = AF$. Wykaż, że proste AE i BF są prostopadłe.

3. Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} a^2 + 2 = 2a + b \\ b^2 + 2 = 2b + c \\ c^2 + 2 = 2c + d \\ d^2 + 2 = 2d + e \\ e^2 + 2 = 2e + a \end{cases}$$

.

Rozwiązania należy oddać do piątku 4 grudnia do godziny 10.35 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub swojemu nauczycielowi matematyki lub przesłać na adres jareksz@interia.pl do piątku 4 grudnia do północy.

Projekt realizowany pod patronatem Dziekana Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.