



Zestaw 15

GIMNAZJUM

1. Wykaż, że jeśli a, b, c, d są liczbami dodatnimi, to

$$\frac{(a+b)(b+c)(c+d)(d+a)}{16} \geq abcd$$

2. W liczbie, o której wiadomo, że miała co najmniej dwie cyfry, wykreślono ostatnią cyfrę. Otrzymana liczba była n razy mniejsza od poprzedniej. Jaka jest największa możliwa wartość n ?

3. Jaką maksymalną liczbę królów można ustawić na szachownicy 8×8 tak, żeby żadne dwa nie biły się?

LICEUM

1. W trójkącie równoramiennym ABC o podstawie AB dwusieczna kąta ACB przecina prostą AB w punkcie D , a dwusieczna kąta BAC przecina prostą BC w punkcie E . Wyznacz kąt BAC , jeśli wiadomo, że $AE = 2 \cdot CD$

2. Znajdź największą liczbę pięciocyfrową składającą się z niezerowych cyfr, która ma następujące własności:

- pierwsze trzy cyfry tworzą liczbę, która jest 9 razy większa od liczby utworzonej przez dwie ostatnie cyfry,
- trzy ostatnie cyfry tworzą liczbę, która jest 7 razy większa od liczby utworzonej przez pierwsze dwie cyfry.

3. Na pewnej wyspie żyją trzy rodziny. Do każdej z nich należy dwóch synów i dwie córki. Na ile sposobów można zaaranżować sześć małżeństw (kobieta + mężczyzna) pomiędzy tymi osobami, zakładając, że małżeństwa pomiędzy rodzeństwem są zabronione.

Rozwiązania należy oddać do piątku 8 stycznia do godziny 10.35 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub swojemu nauczycielowi matematyki lub przesłać na adres jareks@interia.pl do piątku 8 stycznia do północy.

