Zestaw 16

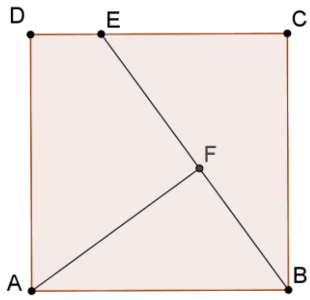
GIMNAZJUM

1. Każda z liczb $x_1, x_2, \dots, x_{101}$ jest równa 1 lub -1. Wyznacz najmniejszą możliwą wartość wyrażenia

$$x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \cdots + x_{101}x_1$$

2. Która z liczb jest większa $3^{100} - 2^{150}$ czy $3^{50} - 2^{75}$? Odpowiedź uzasadnij.

3. Czworokąt $ABCD$ jest kwadratem. Wyznacz długość odcinka EC, jeśli $|AF| = 4$ i $|FB|$ =3 i kąt AFE jest kątem prostym.

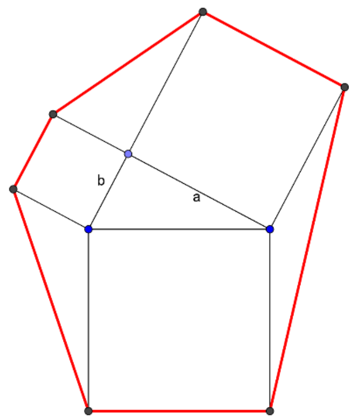


LICEUM

1. Dana jest liczba rzeczywista a, taka, że liczby $a^2 + a$ oraz $a^3 + a$ są wymierne. Udowodnij, że liczba a jest wymierna.

2. Udowodnić, że jeśli $a + b + c = 0$ to $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

3. W trójkącie prostokątnym dane są długości jego przyprostokątnych. Na bokach zbudowano kwadraty, a następnie wyznaczono sześciokąt jak na rysunku. Oblicz pole tego sześciokąta.



Rozwiązania należy oddać do piątku 15 stycznia do godziny 12.00 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub swojemu nauczycielowi matematyki lub przesłać na adres jareksz@interia.pl do piątku 15 stycznia do północy.

Projekt realizowany pod patronatem Dziekana Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.