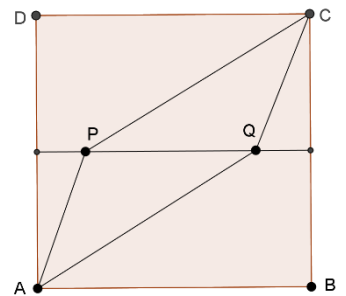




Zestaw 18

GIMNAZJUM

1. Operacją nazwiemy przyporządkowanie trójce liczb (a, b, c) nowej trójki liczb $(b + c, c + a, a + b)$. Po wykonaniu 2015 takich operacji na otrzymywanych trójkach liczb, startując od trójki $(1, 3, 5)$ otrzymano (x, y, z) . Ile wynosi różnica $x - y$?
2. Na każdej ścianie sześcianu napisano pewną dodatnią liczbę całkowitą. Następnie w każdym wierzchołku sześcianu umieszczono liczbę, która jest równa iloczynowi liczb znajdujących się na ścianach, do których ten wierzchołek należy. Oblicz sumę liczb znajdujących się na wszystkich ścianach, wiedząc, że suma liczb umieszczonych w wierzchołkach wynosi 70.
3. Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 6 cm. Punkty P i Q leżą na odcinku łączącym środki przeciwległych boków. Pole czworokąta $AQCP$ stanowi $\frac{1}{3}$ pola kwadratu $ABCD$. Oblicz długość odcinka PQ .



LICEUM

1. Oblicz sumę: $\log(\operatorname{tg} 1^\circ) + \log(\operatorname{tg} 2^\circ) + \dots + \log(\operatorname{tg} 88^\circ) + \log(\operatorname{tg} 89^\circ)$
2. Jaka jest maksymalna ilość sfer stycznych do wszystkich płaszczyzn, w których leżą ściany ustalonego czworościanu?
3. Niech $f(x) = \prod_{k=1}^{2016}(x + 2k) + \prod_{k=1}^{2016}(x + 2k - 1)$. Ile rozwiązań ma równanie $f(x) = 0$?
Symbol \prod to tak zwany iloczyn uogólniony i przykładowo $\prod_{k=1}^{2016}(x + 2k)$ oznacza iloczyn $(x + 2)(x + 4) \cdot \dots \cdot (x + 4032)$.

Rozwiązania należy oddać do piątku 12 lutego do godziny 10.35 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub swojemu nauczycielowi matematyki lub przesłać na adres jarekszc@interia.pl do piątku 12 lutego do północy.

