



Zestaw 24

GIMNAZJUM

1. Znajdź wszystkie trójki liczb pierwszych a, b, c spełniających układ równań:

$$\begin{cases} a = b^2 + 6 \\ c = a^2 + 6 \end{cases}$$

2. W siedemnastokącie foremnym wybrano dziesięć wierzchołków. Wykaż, że wśród wybranych punktów są cztery będące wierzchołkami trapezu.

3. Dany jest trójkąt ostrokątny ABC . Punkty D i E są odpowiednio środkami boków AC i BC . Wysokość trójkąta ABC poprowadzona z wierzchołka C przecina odcinek DE w punkcie P . Symetralna boku AB przecina odcinek DE w punkcie Q . Wykaż, że $|DP| = |QE|$.

LICEUM

1. Liczby całkowite od 0 do 6 tak rozmieść na ściankach dwóch kostek sześciennych (każdej liczby używając ile razy chcesz), żeby prawdopodobieństwo wyrzucania każdej z liczb od 1 do 12 jako sumy oczek na dwóch kostkach było jednakowe.

2. Wyznacz wszystkie dodatnie liczby całkowite n o następującej własności: Dla każdej pary liczb rzeczywistych dodatnich x, y zachodzi nierówność

$$xy^n < x^4 + y^4$$

3. W siedemnastokącie foremnym wybrano siedem wierzchołków. Wykaż, że wśród wybranych punktów są cztery będące wierzchołkami trapezu.

Rozwiązania należy oddać do piątku 1 kwietnia do godziny 10.35 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub swojemu nauczycielowi matematyki lub przesłać na adres jareks@interia.pl do piątku 1 kwietnia do północy.

