



Zestaw 25

GIMNAZJUM

1. Czworokąt wypukły $ABCD$ ma pole równe 1. Punkt K jest symetryczny do punktu B względem punktu A , punkt L jest symetryczny do punktu C względem punktu B , punkt M jest symetryczny do punktu D względem punktu C , punkt N jest symetryczny do punktu A względem punktu D . Oblicz pole czworokąta $KLMN$.

2. Liczby a, b, c są dodatnie. Wykaż, że

$$\frac{a}{a+1} + \frac{b}{(a+1)(b+1)} + \frac{c}{(a+1)(b+1)(c+1)} < 1$$

3. Okrąg o promieniu 1 jest wpisany w czworokąt wypukły $ABCD$. Okrąg ten jest styczny do boków AB, BC, CD, DA odpowiednio w punktach K, L, M, N . Wiadomo, że

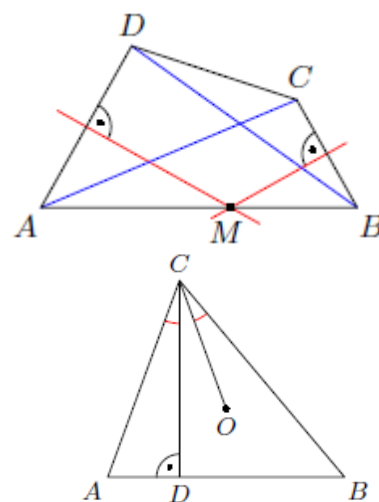
$$\sphericalangle KLM = 4 \sphericalangle AKN \quad \text{oraz} \quad \sphericalangle KNM = 4 \sphericalangle BKL.$$

Oblicz długość odcinka LN .

LICEUM

1. Dana jest liczba ośmiocyfrowa a . Liczba ośmiocyfrowa b powstaje z liczby a poprzez przestawienie cyfry jedności liczby a na początek. Wykaż, że jeśli liczba a jest podzielna przez 101, to liczba b jest także podzielna przez 101.

2. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym $\sphericalangle DAB = \sphericalangle ABC$. Symetralne odcinków AD i BC przecinają się w punkcie M leżącym na odcinku AB . Udowodnić, że $AC = BD$.



3. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC . Punkt D jest rzutem prostokątnym punktu C na prostą AB . Wykazać, że $\sphericalangle ACD = \sphericalangle BCO$.

Rozwiązania należy oddać do piątku 8 kwietnia do godziny 10.35 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub swojemu nauczycielowi matematyki lub przesłać na adres jareks@interia.pl do piątku 8 kwietnia do północy.

