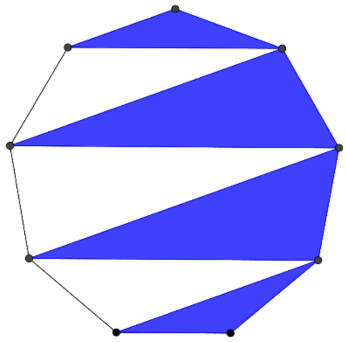
Zestaw 29

GIMNAZJUM

1. Czy wierzchołki 20-kąta foremnego można tak ponumerować liczbami 1,2,...,20, aby użyć wszystkich tych liczb oraz aby dla każdych czterech kolejnych wierzchołków suma ich numerów była mniejsza od 43? Odpowiedź uzasadnij.



2. Dziewięciokąt foremny podzielono jego przekątnymi na trójkąty i co drugi z nich pomalowano na niebiesko. Która część wielokąta ma większe pole: niebieska czy biała? Odpowiedź uzasadnij.

3. Oblicz wartość ułamka $\frac{36\cdot 18^{n}-8\cdot 2^{n-4}\cdot 9^{n}-3^{n+1}\cdot 6^{n+1}}{18^{n-1}}$, gdzie n jest liczbą naturalną.

LICEUM

1. Oblicz $\sqrt{\underbrace{44\ldots4}_{2n}+\underbrace{11\ldots1}_{n+1}-\underbrace{66\ldots6}_{n}}$

2. Udowodnij, że istnieje nieskończenie wiele trójek (a,b,c) dodatnich liczb całkowitych spełniających równość.

$$a^3+3b^6=c^2$$

3. Dany jest okrąg o i jego cięciwa AB niebędąca średnicą. Na okręgu o wybieramy punkt P, różny od punktów A i B. Punkty Q i R leżą odpowiednio na prostych PA i PB, przy czym $QP = QB$ oraz $RP = RA$. Punkt M jest środkiem odcinka QR. Wykazać, że wszystkie uzyskane w ten sposób proste PM (odpowiadające różnym położeniom punktu P na okręgu o) mają punkt wspólny.

Rozwiązania należy oddać do piątku 13 maja do godziny 10.35 koordynatorowi konkursu panu Jarosławowi Szczepaniakowi lub swojemu nauczycielowi matematyki lub przesłać na adres jareksz@interia.pl do piątku 13 maja do północy.

Projekt realizowany pod patronatem Dziekana Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.